Marius Müller
Saskia Glaffig
Simone Hermann

UNI FREIBURG

Abgabe am:
Donnerstag, 18.11.2021

Wintersemester 2021/2022
Punktzahl: 8 + 3* Punkte

Gewöhnliche Differentialgleichungen: Blatt 4

1. [Siehe Übung 49, p. 50] EINE STANDARDAUFGABE ÜBER DGLS HÖHERER ORDNUNG. (3 Punkte)
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 0. \tag{1}$$

2. [Siehe Übung 51, p. 55] MAXIMALAMPLITUDE DES FEDERPENDELS. (2 Punkte)
Es sei $x \in C^2(\mathbb{R};\mathbb{R})$ wie in Anwendung 46 (p. 47) die Auslenkung des Federpendels, (d.h. die Lösung von

$$\begin{cases} x''(t) + \omega^2 x(t) = 0 \quad (t \in \mathbb{R}) \\ x(0) = x_0 \\ x'(0) = v_0, \end{cases} \tag{2}$$

für $x_0 \in \mathbb{R}$ die Anfangsauslenkung und $v_0 \in \mathbb{R}$ die Anfangsgeschwindigkeit).
Bestimmen Sie die *maximale Auslenkung* des Federpendels, d.h. $\max_{t\in\mathbb{R}} x(t)$, in Abhängigkeit von x_0, v_0.

3. [Siehe Übung 56, p. 60] EXPLIZITE LÖSUNG DURCH ENERGIEERHALTUNG - I. (3 Punkte)
Bestimmen Sie eine Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} y''(t) = e^{2y(t)} \quad (t \in \mathbb{R}) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = y_1 \end{cases} \tag{3}$$

für ein beliebiges $y_1 \geq 1$. Ist die Lösung eindeutig?

4. [Bonusaufgabe, siehe Übung 52, p. 56] EULER-HOMOGENE DIFF'GLEICHUNG. (3 Bonuspunkte)
Es sei eine *Euler-homogene Differentialgleichung*, d.h. eine DGL der Form

$$y'(t) = g\left(\frac{y(t)}{t}\right) \quad (t \in I) \tag{4}$$

gegeben, wobei $I \subset (0,\infty)$ und $g \in C^0(\mathbb{R};\mathbb{R})$. Finden Sie eine geeignete Substitution, die die DGL vereinfacht. Wenden Sie diese an, um die allgemeine Lösung von

$$y'(t) = \frac{1}{t}\left(\sqrt{y^2(t) + t^2} + y(t)\right) \quad (t \in (0,\infty)) \tag{5}$$

zu finden.