
Funktionentheorie: Blatt 9

1. [1+..+1=6 Punkte] Berechnen Sie die nachstehenden Integrale

(a)

$$\int_{\partial B_4(0)} \frac{z^5 e^z}{(z-3)^3} dz.$$

(b)

$$\int_{\partial B_2(0)} \frac{1}{(z-i)^2(z-3)^3} dz. \quad (1)$$

HINWEIS: Eine Partialbruchzerlegung wäre ziemlich aufwändig und ist für die Aufgabe nicht notwendig.

(b)

$$\int_{\partial B_1(0)} \frac{1}{\sin(z)} dz.$$

(c)

$$\int_{\partial B_1(0)} \frac{1}{\sin^2(z)} dz.$$

(d)

$$\int_{\partial B_1(0)} \cos^2(\bar{z}) dz.$$

(e)

$$\int_{\partial B_1(i)} \operatorname{Re}(z)^2 e^z dz.$$

2. [1+1+1+1+2=6 Punkte]

- Es sei $D_1 \subset \mathbb{C}$ ein Elementargebiet und $g : D_2 \rightarrow D_1$ biholomorph. Zeigen Sie (mit und ohne Verwendung von Satz 172): D_2 ist ein Elementargebiet.
- Wahr oder falsch: $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_{\leq 0}$ ist ein Elementargebiet.
- Wahr oder falsch $\mathbb{C} \setminus \{iy : y \geq 0\}$ ist ein Elementargebiet.
- Finden Sie (falls existent) eine Stammfunktion von $\frac{1}{z}$ auf $\mathbb{C} \setminus \{iy : y \geq 0\}$.
- Geben Sie ein Beispiel für ein nicht-sternförmiges Elementargebiet.