



UNI FREIBURG

Abgabe am:
Donnerstag, 28.10.2021

Marius Müller
Saskia Glaffig
Simone Hermann
Wintersemester 2021/2022
Punktzahl: 7 Punkte

Gewöhnliche Differentialgleichungen: Blatt 1

1. [Siehe Übung 11, p. 12] VERVOLLSTÄNDIGUNG VON BEISPIEL 10 (3 Punkte)

Es sei $y \in C^1(I, \mathbb{R})$ mit

$$y'(t) = y(t)^2 \quad \forall t \in I. \quad (1)$$

Zeigen Sie: Gibt es ein $t_0 \in I$ mit $y(t_0) \neq 0$, so gilt $y(t) \neq 0$ für alle $t \in I$.

2. [Siehe Übung 12, p. 13] LOGISTISCHES WACHSTUM (1+1+1+1=4 Punkte)

Betrachten Sie die Anfangswertproblem

$$\begin{cases} y'(t) = y(t)(1 - y(t)) & (t \in \mathbb{R}), \\ y(0) = y_0, \end{cases} \quad (2)$$

wobei $y_0 \in (0, 1)$ beliebig.

- Bestimmen Sie eine explizite Lösung. Fertigen Sie eine Zeichnung an.
- Zeigen Sie: Jede Lösung erfüllt $y(t) \in (0, 1)$ für alle $t \in \mathbb{R}$.
- Folgern Sie: Zu jedem $y_0 \in (0, 1)$ gibt es eine eindeutige globale Lösung.
- Zeigen Sie, dass die Lösung streng monoton ist und einen eindeutigen Wendepunkt $t_0 \in \mathbb{R}$ mit $y(t_0) = \frac{1}{2}$ besitzt.
TIPP: Es gibt hier zwei Lösungsmöglichkeiten. Eine mit der expliziten Formel aus Teilaufgabe (c) und eine, in der man direkt aus der Gleichung abliest.