



# ÜBUNGSBLATT

Abgabe am:  
Montag, 17.04.2023

Marius Müller Bernd Käsemödel Sommersemester 2023 Punktzahl: 20 Punkte
---

---

## Funktionentheorie: Blatt 2

---

1. [2+1+1=4 Punkte]

- (a) Zeigen Sie  $\cos(\frac{\pi}{2} + z) = -\sin(z)$  für alle  $z \in \mathbb{C}$  (siehe Proposition 45).
- (b) Zeigen Sie, dass  $\cosh(iz) = \cos(z)$  und  $\sinh(iz) = i \sin(z)$  für alle  $z \in \mathbb{C}$ .
- (c) Folgern Sie aus (b), dass  $\cosh^2(z) - \sinh^2(z) = 1$  für alle  $z \in \mathbb{C}$ .

2. [1+1+1+1+1+1+1+1=8 Punkte]

- (a) Stellen Sie  $1 + \sqrt{3}i$  in Polarkoordinaten dar.
- (b) Stellen Sie  $-1 + \sqrt{3}i$  in Polarkoordinaten dar.
- (c) Berechnen Sie  $(1 + \sqrt{3}i)^8$
- (d) Berechnen Sie  $\log(1 + \sqrt{3}i)$ .
- (e) Berechnen Sie  $\log(i)$ .
- (f) Berechnen Sie  $\log(-1)$ .
- (g) Berechnen Sie  $i^i$ .
- (h) Wahr oder falsch? Für alle  $z, w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  gilt  $\log(zw) = \log(z) + \log(w)$ .

3. [2+2= 4 Punkte]

- (a) Berechnen Sie

$$\sum_{k=0}^n \cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right).$$

- (b) Berechnen Sie

$$\sum_{k=0}^n \cos^2\left(\frac{2k\pi}{n}\right).$$

4. [2+1=3 Punkte]

- (a) Berechnen Sie für  $\theta \in (-\pi, \pi]$  das Argument  $\arg(e^{i\theta} + 1)$ .
- (b) Es sei  $z_w$  wie in der Aufgabe 4 von Blatt 1 definiert. Zeigen Sie  $z_w = e^{\frac{1}{2} \log(w)}$  für alle  $w \in \mathbb{C}$ .