
Funktionentheorie: Blatt 8

1. [1+..+1=8 Punkte] Berechnen Sie die nachstehenden Integrale

(a)

$$\int_{\partial B_4(0)} \frac{z^5 e^z}{(z-3)^2} dz.$$

(b)

$$\int_{\partial B_1(0.5i)} \frac{1}{(z^2+1)^2} dz.$$

(c)

$$\int_{\partial B_2(0)} \frac{e^{iz}}{z^2+1} dz.$$

(d)

$$\int_{\partial B_1(0)} \frac{e^z}{\bar{z}-2} dz.$$

(e)

$$\int_{\partial B_2(0)} \frac{e^z}{z(z-1)^2} dz.$$

(f)

$$\int_{\partial B_1(0)} \log(z) dz.$$

(g)

$$\int_{\partial B_1(0)} \exp\left(\frac{1}{z}\right) dz.$$

(h)

$$\int_{\partial B_1(0)} \overline{\exp(z)} dz.$$

2. [2+2= 4 Punkte]

- (a) Es sei $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ so, dass $\operatorname{Re}(f)$ auf \mathbb{C} nach oben beschränkt ist. Zeigen Sie: Dann ist f konstant.
- (b) Zeigen Sie: Jede beschränkte harmonische auf \mathbb{R}^2 Funktion ist konstant. Geben Sie ein Beispiel für eine (unbeschränkte) harmonische Funktion auf \mathbb{R}^2 .